



<b>ANNO ACCADEMICO:</b> 2019-2020	
<b>INSEGNAMENTO:</b> ANALISI FUNZIONALE	
TIPOLOGIA DI ATTIVITÀ FORMATIVA: a scelta dello studente	
<b>DOCENTE:</b> Angelica MALASPINA	
e-mail: angelica.malaspina@unibas.it	sito web:
Telefono: 0971 205879	cell. di servizio (facoltativo):
Lingua di insegnamento: italiano	

n. CFU: 6	n. ore: 48	Sede: Potenza Dipartimento: DiMIE CdS: Matematica (magistrale)	Semestre: primo
-----------	------------	---	-----------------

<b>OBIETTIVI FORMATIVI E RISULTATI DI APPRENDIMENTO</b> <p>Obiettivo del corso è l'acquisizione delle proprietà basilari dell'analisi funzionale e degli spazi di Banach. Al termine del corso gli studenti dovrebbero essere in grado di:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>- conoscere gli elementi base di analisi funzionale, i teoremi e le tecniche principali della teoria degli operatori lineari e continui, degli spazi di Banach e degli spazi di Hilbert. ,</li><li>- possedere competenze per la risoluzione di esercizi vari,</li><li>- leggere e comprendere testi di Analisi Funzionale,</li><li>- fornire autonomamente una dimostrazione di enunciati semplici, con spiccata capacità di ragionamento,</li><li>- comunicare in lingua italiana le conoscenze matematiche acquisite nel corso e le problematiche connesse.</li></ul>
--

<b>PREREQUISITI</b> <p>I prerequisiti richiesti sono: le nozioni di base di teoria della misura e dell'integrazione secondo Lebesgue. E' utile una buona conoscenza della topologia negli spazi reali. Propedeuticità richiesta: Istituzioni di Analisi Superiore.</p>
---

<b>CONTENUTI DEL CORSO</b> <p>- <i>Spazi metrici:</i> Disuguaglianza di Hölder e disuguaglianza di Minkowski per somme finite. Gli spazi <math>l^p</math> e <math>l^\infty</math>. Metrica lagrangiana. Metriche equivalenti. Separabilità, completezza. Insiemi di prima e di seconda categoria ed il lemma di Baire. Principio di uniforme limitatezza per gli spazi metrici.</p> <p>- <i>Spazi di Banach:</i> Spazi normati e spazi di Banach. Spazi quoziente di uno spazio normato. Il Teorema di Hahn-Banach per gli spazi vettoriali reali e complessi. Formulazioni geometriche del Teorema di Hahn-Banach: separazione di insiemi convessi. Operatori lineari tra spazi normati: legame tra limitatezza e continuità. La norma di un operatore lineare; lo spazio <math>B(X,Y)</math>. Il Teorema di Hahn-Banach per gli spazi normati e sue conseguenze. L'operatore aggiunto. Teorema relativo allo studio dell'equazione funzionale <math>Tx = b</math>. Operatori a codominio chiuso. Teorema di Banach-Steinhaus. Il teorema dell'applicazione aperta e sue conseguenze. Operatori lineari chiusi. Il teorema del grafico chiuso. Spazi <math>L^p(X,\mu)</math>. Spazio <math>L^\infty(X,\mu)</math>. Lo spazio duale di uno spazio normato. Il teorema di rappresentazione di Riesz in <math>L^p</math>. Spazi riflessivi. Operatori invertibili in <math>B(X)</math>. Spettro di un operatore in <math>B(X)</math>. Condizione sufficiente per l'invertibilità di un operatore in <math>B(X)</math>. Serie di Neumann. Compattezza dello spettro. Convoluzioni. Nuclei di sommabilità.</p>
---

## Spazi di Hilbert:

Spazi con prodotto scalare. Identità di polarizzazione. Disuguaglianza di Cauchy-Schwartz. Norma indotta dal prodotto scalare. Identità del parallelogrammo. Teorema di Jordan e Neumann. Spazi di Hilbert: definizione ed esempi. Insiemi ortogonali. Insiemi ortonormali. Generalizzazione del Teorema di Pitagora. Il Teorema di ortonormalizzazione di Gram-Schmidt. Disuguaglianza di Bessel. Il teorema di Riesz-Fisher. Basi ortonormali. Serie di Fourier negli spazi di Hilbert. Identità di Parseval. Teorema di caratterizzazione degli spazi di Hilbert. Proiezioni. Funzionali lineari e continui su uno spazio con prodotto scalare. Il Teorema di rappresentazione di Riesz-Frechet e sue conseguenze. Il teorema di Hahn-Banach per gli spazi di Hilbert. Convergenza debole.

## METODI DIDATTICI

Il corso prevede 48 ore di lezioni frontali svolte in aula. La presentazione dei teoremi principali è accompagnata dalla loro dimostrazione, dalla discussione di esempi, applicazioni e dallo svolgimento di esercizi che ne richiedono l'utilizzo.

## MODALITÀ DI VERIFICA DELL'APPRENDIMENTO

La verifica delle competenze acquisite consiste in una prova orale nella quale verrà valutata la capacità di collegare e confrontare aspetti diversi trattati durante il corso.

## TESTI DI RIFERIMENTO E DI APPROFONDIMENTO, MATERIALE DIDATTICO ON-LINE

- E. Giusti: *Analisi Matematica 2*, Bollati Boringhieri, 1983.
- R. E. Megginson: *An introduction to Banach space theory*, Springer, 1998.
- H. L. Royden: *Real Analysis*, Collier Macmillan, 1988.
- B.V. Limaye: *Functional analysis*. New Age international, 1996.
- Appunti del corso forniti agli studenti durante lo svolgimento dell'insegnamento.

## METODI E MODALITÀ DI GESTIONE DEI RAPPORTI CON GLI STUDENTI

Il ricevimento studenti si terrà presso lo studio del docente (studio n.11, Il piano, Edificio 3D, Campus di Macchia Romana) nei giorni: martedì e mercoledì dalle ore 11:30 alle ore 13:30 .

Gli studenti possono altresì contattare il docente inviando un messaggio di posta elettronica al seguente indirizzo: [angelica.malaspina@unibas.it](mailto:angelica.malaspina@unibas.it)

## DATE DI ESAME PREVISTE<sup>1</sup>

06/02/2020, 05/03/2020, 09/06/2020, 07/07/2020, 17/09/2020, 15/12/2020.

SEMINARI DI ESPERTI ESTERNI    SI     NO

## ALTRE INFORMAZIONI

<sup>1</sup> Potrebbero subire variazioni: consultare la pagina web del docente o del Dipartimento/Scuola per eventuali aggiornamenti