# Giornata di Orientamento Tesi 2024

Antonio Azzollini

# I argomento

# I argomento

**Definizione**

Siano $a, b : I \to \mathbb{R}$ due funzioni continue. Si dice "equazione differenziale ordinaria lineare del secondo ordine omogenea di coefficienti $a$ e $b$" e si denota con

$$y'' + a(x)y' + b(x)y = 0$$

# I argomento

Definizione

Il problema di individuare funzioni $y$ due volte derivabili e tali che in ogni $x \in I$ soddisfino l'uguaglianza

$$y''(x) + a(x)y'(x) + b(x)y(x) = 0.$$

# I argomento

Si sa tutto nel caso in cui $a$ e $b$ sono costanti ma...

# I argomento

... se almeno una fra $a$ e $b$ non è costante?

# I argomento

Equazioni differenziali del secondo ordine lineari a coefficienti non costanti.

# II argomento

Vediamo cosa sappiamo sul calcolo differenziale

# II argomento

- Derivabilità e definizione di derivata in un punto ✓

# II argomento

- Derivabilità e definizione di derivata in un punto ✓
- Derivabilità seconda e definizione di derivata seconda nel punto ✓

# II argomento

- Derivabilità e definizione di derivata in un punto ✓
- Derivabilità seconda e definizione di derivata seconda nel punto ✓
- ...
- Derivabilità n-esima e definizione di derivata n-esima nel punto ✓

# II argomento

Ma solo per n numero naturale possiamo parlare di derivabilità n-esima e derivata n-esima?

# II argomento

Si può provare a derivare una funzione in un punto "mezza volta"?

# II argomento

E "$\sqrt{2}$ volte"?

# II argomento

E "$\pi$ volte"?

# II argomento

Derivate frazionarie e equazioni differenziali straordinarie.

# III argomento

Sappiamo sviluppare il calcolo differenziale per $f : I \to \mathbb{R}$.

# III argomento

Ma sappiamo farlo anche per $f: A \subset \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$.

# III argomento

Ma se $E$ è uno spazio vettoriale infinito dimensionale (con un po' di struttura in più), e $f: E \to \mathbb{R}$ ha ancora senso parlare di concetti come derivata e differenziale?

# III argomento

Calcolo differenziale negli spazi normati.

# IV argomento

Equazione differenziale ordinaria del primo ordine

$$F(x, y, y') = 0.$$

# IV argomento

Una soluzione è una funzione $y$ derivabile in un intervallo $I$ tale che per ogni $x \in I$

$$(x, y(x), y'(x)) \in \mathrm{Dom}\ F \wedge F(x, y(x), y'(x)) = 0.$$

# IV argomento

Equazione differenziale alle derivate parziali del primo ordine

$$F(x_1, x_2, \ldots, x_n, y, \nabla y) = 0.$$

# IV argomento

Una soluzione è una funzione $y$ derivabile in tutte le (o alcune delle) variabili, definita in un aperto A di $\mathbb{R}^n$ tale che per ogni $x \in A$

$$(x, y(x), \nabla y(x)) \in \text{Dom } F$$

$$\wedge$$

$$F(x, y(x), \nabla y(x)) = 0.$$

# IV argomento

Equazioni differenziali alle derivate parziali del primo ordine lineari.

# V argomento

Gli spazi di funzioni come spazi vettoriali infinito dimensionali.

# V argomento

Esempio notevole di spazio di funzioni è quello delle successioni di numeri reali.

# V argomento

Oggetto di studio per il loro utilizzo in svariati campi sono

# V argomento

$$l^1 = \left\{ (a_n)_n \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}} \,\middle|\, \sum_{n=1}^{\infty} |a_n| < \infty \right\}$$

$$l^2 = \left\{ (a_n)_n \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}} \,\middle|\, \sum_{n=1}^{\infty} |a_n|^2 < \infty \right\}$$

# V argomento

ed, in generale, per ogni $p > 1$

$$l^p = \left\{ (a_n)_n \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}} \,\middle|\, \sum_{n=1}^{\infty} |a_n|^p < \infty \right\}$$

# V argomento

Introduzione agli spazi $l^p$.